

# 泥石流的结构两相流模型: I. 理论\*

倪晋仁

(北京大学城市与环境学系, 北京 100871)

王光谦

(清华大学水利工程系, 北京 100084)

**提 要** 泥石流的运动既有类似于固液两相流之处, 又在很大程度上不同于固液两相流。在泥石流宾汉体模型、膨胀体模型、粘塑体模型及颗粒流模型研究的基础上, 本文提出一种新的模型——泥石流的“结构两相流模型”。这种模型具有以往各类模型的优点, 同时又便于对不同类型的泥石流进行描述。在理论上, 它比现行各类模式更加严密; 在应用上, 它较现行各类模式更加方便, 能够适用于更加广泛的各类条件。泥石流的结构两相流模型可将现行模型作为特例而高度概括, 从概念上也容易理解。

**关键词** 泥石流 结构两相流 模型

## 1 引言

作为一种快速地貌灾害过程, 泥石流以其突发性和破坏力为人们重视。泥石流属于一类复杂的流动, 与一般的挟沙水流相比, 泥石流中固体含量高, 颗粒粒径分布范围广, 可能有从几微米直至几米的变化范围。一般挟沙水流中的颗粒粒径分布呈单峰型, 且符合正态分布; 而对固体含量较高的泥石流, 粒径分布多为双峰型。最高峰值粒径随着颗粒含量的增加从粉砂向砾石方向移动<sup>[1]</sup>, 两峰之间的分界线大致在 0.5 mm ~ 1.0 mm 间。这反映出粒径小于 1 mm 的颗粒与水结合成浆体, 因此可以认为泥石流是浆体和粗颗粒组成的结构性流体。与一般挟沙水流不同, 泥石流不仅连续流动, 也可能以一阵一阵的方式出现阵发性流动, 阵与阵之间有断流现象。每一阵的头部叫作“龙头”, 中间称“龙身”, 而尾部称“龙尾”。泥石流运动中粗颗粒可能发生分选现象且往往集中在表层, 较大的石块多集中于龙头部; 加之龙头速度高, 因而泥石流具有很大的破坏性。另外, 泥石流在运动中还有爬高现象。

鉴于泥石流固体物质组成及流动现象的多样性, 对其流动机理的探讨目前还不够深入, 甚至还没有建立起一个合适的模型以一组统一的方程完整地描述其流动。为了了解泥石流的发生、运动及沉积机理, 已有多种理论和模型提出<sup>[2~6]</sup>, 如泥石流的宾汉体模型、膨胀体模型、粘塑体模型、颗粒流模型等。这些模型中每一个模型往往仅适合于描述某一类泥石流, 而不便于描述各类泥石流运动的复杂特性, 尤其是不能描述固相和液相之间的相互作用。鉴于此, 应用固液两相流理论描述泥石流运动十分必要。

近年来, 随着流体力学、流变学和颗粒流学的进展, 固液两相流力学亦日趋完善。注意到泥石流体内的“液相”多数情况下(水石流除外)已非一般固液两相流的液相, 而是

\* 霍英东青年教师基金和国家杰出青年基金资助项目。

来稿日期: 1997-01; 收到修改稿日期: 1997-08。

由水和细泥沙组成的粘性很大的非牛顿液体, 因此, 事实上泥石流中的“液相”是由细颗粒泥沙与水结合而成的似均质浆体, 其内水和细颗粒泥沙在运动过程中不会分开。不难看出, 泥石流中的“液相”同时包含有一般固液两相流中的液相——水和固相——固体细泥沙颗粒。在这个意义上, 构成了泥石流不同于一般固液两相流的第一个方面。由于泥石流中的“固相”实际上是指大于某规定粒径的粗颗粒泥沙或石块, 且这类粗颗粒泥沙或石块含量很高, 所以颗粒间的相互作用十分突出。在这个意义上, 构成了泥石流不同于一般固液两相流的第二个方面。

由上所述, 泥石流体内部液相与固相及固体颗粒间的相互作用十分复杂。把泥石流看作是两相流时, 与一般固液两相流的类似之处在于需同时考虑固液两相物质的运动及其它它们之间的相互作用。不同之处则在于“液相”和“固相”的含义已有所不同, 为了反映泥石流与一般意义上两相流的这种差异, 本文特将泥石流的两相流模型称为“泥石流的“结构两相流”模型”。

## 2 泥石流的分类

泥石流的“结构两相流”模型是一具有高度概括性的模型, 可被用于研究各类复杂的泥石流运动。在具体应用时, 常常需要根据实际情况对模型进行简化。通常, 泥石流模型的简化与对泥石流运动特性的认识深度有着密切的关系, 而泥石流的分类研究则又是对泥石流研究现状的直接反映。因此, 在讨论泥石流模型之前, 本文先对泥石流的分类作一简单探讨。

过去对泥石流多以泥石流的成因、产生泥石流的流域沟谷形态、泥石流的物质组成或泥石流动力特性进行分类。这些分类方法都在应用的不同方面具有各自的优点。例如, 泥石流的成因分类从泥石流产生的原因入手把泥石流分为降雨泥石流、冰川泥石流和火山泥石流, 客观地指出了决定泥石流产生和搬运的主要原因, 而且还可以根据各地区降雨、冰川运动及火山运动的规律及频度来估计泥石流的发生频度。按泥石流发生所在区域特性可将泥石流分为山坡型泥石流和沟谷型泥石流。按泥石流的物质组成分类又可将泥石流分为泥流、水石流和泥石流三类。泥流中细颗粒含量占主要成份, 其中有相当数量的粘性颗粒及少量粗颗粒泥沙, 水与细颗粒结合成拟均质浆体。水石流则是由水和固体粗颗粒形成的特殊流动, 其中细颗粒泥沙含量很少。通常所说的泥石流则属于复杂的流动, 是由粒径范围很广的各级粗细泥沙组成的混合流动, 这时可把水与细颗粒结合形成的均匀浆体看作“液相”, 置于浆体中的粗颗粒泥沙看作“固相”。泥流和水石流可以看作泥石流的两种简单情形。

从定量描述泥石流运动的角度出发, 不管是冰川泥石流还是火山泥石流或暴雨泥石流, 也不管是产生在沟谷中的泥石流还是产生在坡面上的泥石流, 各类泥石流最终都被看成是某种物质在特定边界条件下的运动。因而, 都可用相应的模型来合理地描述。泥石流的成因分类对研究泥石流的产生机理十分重要, 但在各类不同成因条件下却可能产生在运动特性方面极为相似的泥石流, 而描述这些相似的泥石流运动机理的模型应该是一样的。泥石流对应的流域沟谷形态, 在研究泥石流运动机理时是被作为流动的边界条件看待的, 它对泥石流运动的流态有着重要影响。泥石流的物质组成与泥石流的成因及所在流域条件有着

密切的关系，它对泥石流的流型起着决定性的作用。因此，一个便于作力学机理描述的泥石流分类方法应该具有如下两个基本特征，即（1）它能够将影响泥石流运动流态和流型的各类复杂因素通过某些可计量的要素定量或半定量地反映出来；（2）它能够根据判定流态和流型的指标及泥石流中固体颗粒浓度来与泥石流的运动模型对应，并确定出各类泥石流对应的诸应力项。结合前人的研究，满足上述基本特征需要的分类方法可以用表 1 来概括。

表 1 泥石流分类  
Tab. 1 Classification of debris flows

类 型	泥 流		水石流		泥石流	
	稀性	粘性	稀性	饱和	稀性	粘性
流 态	似紊流	似层流	紊流	似层流	似紊流	似层流
判别指标	$Re^*$	$Re^*$	$C < 0.35$	$C \geq 0.35$	$\gamma_m < 1.9$ g/cm <sup>3</sup>	$\gamma_m \geq 1.9$ g/cm <sup>3</sup>
物质组成	较细	较细	较粗	较粗	粗细混合	粗细混合
颗粒浓度	较低	较高	较低	较高	较低	较高
主要应力	紊动应力	粘性应力	紊动应力+ 粒间作用应力	粒间作用应力	紊动应力+ 粒间作用应力	粘性应力+ 粒间作用应力
对应模型	紊流模型	宾汉模型	两相流模型	颗粒流模型	结构两相 流模型	结构两相 流模型

表 1 中  $Re^*$  为有效雷诺数， $C$  为颗粒体积浓度， $\gamma_m$  为泥石流密度。尽管泥流、水石流和泥石流是广义泥石流中最常见的三种形态，它们可能是因暴雨、火山或冰川中的任一种动力触发而产生，但是稀性和稠性（包括粘性为主或饱和状）泥石流在流态及流型方面的表现却常常有很大差异。稀性泥石流多数仍属紊流运动，而稠性泥石流则或为层流或为浆体与粗颗粒组成的结构两相流。确定稀性或稠性泥石流的判别指标是极其困难的。对于泥流，可用类似于一般明渠中高含沙水流的层流和紊流判别标准来确定<sup>[7]</sup>；对于水石流，可用粒间碰撞应力相对于弥散应力是否占优势的标准来确定<sup>[5]</sup>；对于一般泥石流，则可用研究者们从实际观测资料中总结出的密度变化临界值来确定<sup>[7]</sup>。其中，稀性水石流与稀性泥石流的主要差异表现为细颗粒间的作用形式中粘性作用的大小。物质组成的粗细及其颗粒浓度大小对泥石流的流型有着很大的影响，相对简单的流型有层流、紊流、宾汉体、颗粒流及两相流几种类型。但是，对于复杂的流型，必须应用结构两相流模型。结构两相流模型可以看作是对紊流模型、宾汉体模型、颗粒流模型和两相流模型的高度概括，在应用上具有广泛性。结构两相流与一般固液两相流之间的区别用“结构”二字表征，它表明结构两相流中的“液相”可以是一般两相流中的牛顿体，也可以是另外一种非牛顿体，后者又可能是具有某种约定含义的、由小于某粒径的泥沙与水及粘土组成的浆体。

3 泥石流的 结构两相流模型

按照固液两相流的概念可将泥石流体分为固液两相，即水和细颗粒结合成的浆体为液

相, 而粗颗粒沙和石块为固相。由此, 泥石流体内的作用力就可简化为固相和液相及固相颗粒间的作用力。两相各自由一组运动方程描述, 而固液两相之间用相间作用力耦合来描述。采用泥石流的结构两相流模型便于考虑流动的微观结构。

采用结构两相流概念进行分析时, 首先需确定“固相”与“液相”之间的划分界线。根据泥石流的运动机理和液相组成机理, 可以给出组成液相与固相的临界颗粒粒径界限。如组成液相的最大颗粒粒径可由以下各式确定

$$\omega_b = UJ \quad \text{对层流和紊流} \quad (3-1)$$

$$\omega_b = K_1 U^* \quad \text{对稀性泥石流} \quad (3-2)$$

或 
$$D_0 = K_2 \frac{\tau_b}{(\rho_p - \rho_f)g} \quad \text{对粘性泥石流} \quad (3-3)$$

式中  $\omega_b$  为临界颗粒沉速;  $D_0$  为颗粒极限粒径;  $J$  为泥石流沟床比降;  $U$  为泥石流平均流速;  $U^*$  为泥石流摩阻流速;  $g$  为重力加速度;  $\rho_p$  和  $\rho_f$  分别为颗粒、液体的密度;  $K_1$  和  $K_2$  分别为常数, 取值范围为  $K_1 = 0.25 \sim 1.0$ ,  $K_2 = 10 \sim 20$ 。除以上各式外, 泥石流中固液两相间的分界粒径也可由实验结果确定。

固液两相临界粒径的划分不仅为采用两相流理论描述泥石流运动提供了方便, 也为精确测定流变参数提供了可能。例如, 在采用宾汉体模式描述泥石流时常因测量流变参数时剔除浆体中的大石块而导致所测出的流变参数不可靠(因未反映大石块存在的影响)。然而, 从两相流的观点来看, 可把浆体当作液相, 剔除的粗颗粒当作固相, 大颗粒的影响则通过相间作用反映。因而, 试验测量的泥石流浆体流变参数即可用作液相的特性参数。

两相流中的固液各相可由下列守恒方程描述<sup>[8]</sup>, 各相间的相互作用由相间作用量相耦合。

$$\text{质量守恒方程} \quad \frac{\partial}{\partial t}(C_k \rho_k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(C_k \rho_k u_{ki}) = 0 \quad (3-4)$$

动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_k \rho_k u_{ki}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(C_k \rho_k u_{ki} u_{kj}) = - \frac{\partial}{\partial x_i}(C_k P_k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(C_k T_{kij}) + C_k \rho_k g_{ki} + M_{ki} \quad (3-5)$$

能量守恒方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ C_k \rho_k (e_k + \frac{1}{2} u_{ki} u_{ki}) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ C_k \rho_k (e_k + \frac{1}{2} u_{ki} u_{ki}) u_{kj} \right] \\ & = - \frac{\partial}{\partial x_i} (C_k q_{ki}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (C_k \rho_k u_{ki} u_{kj}) + C_k \rho_k g_{ki} u_{ki} + C_k Q_k + C_k E_k \end{aligned} \quad (3-6)$$

其中,  $k = 1, 2$  (或  $p, f$ ) 分别代表固相和液相;  $\rho_k$  为  $k$  相密度;  $C_k$  为  $k$  相的体积分数,  $\sum_{k=1}^2 C_k = 1$ ;  $u$  为速度;  $P$  为压力;  $T$  为应力张量;  $g$  为单位质量的外力;  $M$  为单位体积上相间相互作用力 (或动量传递项);  $e$  为内能;  $q$  为能量通量;  $Q$  为体能源项;  $E$  为碰撞源项;  $P_{kij}$  为  $k$  相的应力张量, 由压应力与剪应力两部分组成, 即  $P_{kij} = T_{kij} - P_k \delta_{ij}$ ;  $\delta_{ij}$  为单位张量。

以上方程中的诸应力项通常由两部分组成, 一部分为与切变速率无关的项, 另一部分为与切变速率有关的项, 即固、液各相的应力结构关系应为

$$T_k = T_k^1 + T_k^2 \quad (3-7)$$

式中, 右上角“1”和“2”分别表示与切变速率无关部分和与切变速率有关部分;  $k = p, f$

分别表示颗粒相和液相。

固、液两相各自的应力张量应与颗粒浓度及其梯度、速度及其梯度、固液两相的物性等有关。目前,与变率无关的部分研究还很不充分,主要反映在各种表达式中参数变化较大,且该部分应力对参数变化十分敏感<sup>[9,10]</sup>。对于与变率有关的部分研究相对来说是成熟的,如Chen<sup>[3]</sup>给出的粘塑性体模型便可反映宾汉体或膨胀体的运动。

## 4 模型的简化

在二维稳定均匀流的条件下,前面的动量方程可简化为

$$\frac{\partial}{\partial y}(CT_{pxy}) + C\rho_p g \sin\theta + M_{px} = 0 \quad (4-1)$$

$$- \frac{\partial}{\partial y}(CP_p) + \frac{\partial}{\partial y}(CT_{pyy}) - C\rho_p g \cos\theta + M_{py} = 0 \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}[(1-C)T_{fxy}] + (1-C)\rho_f g \sin\theta + M_{fx} = 0 \quad (4-3)$$

$$- \frac{\partial}{\partial y}[(1-C)P_f] + \frac{\partial}{\partial y}[(1-C)T_{fyy}] - (1-C)\rho_f g \cos\theta + M_{fy} = 0 \quad (4-4)$$

其中,方程(4-1)和(4-2)为对应于固相的方程,而方程(4-3)和(4-4)为对应于液相的方程。上述方程中, $x$ 为沿坡度为 $\theta$ 的流动方向的坐标, $y$ 为从河床计的、与 $x$ 方向垂直向上的坐标。注意到 $CP_p + (1-C)P_f = P$ ,  $M_{px} = -M_{fx}$ ,  $M_{py} = -M_{fy}$ ,则还可得到两相混合流沿 $x$ 和 $y$ 方向的动量守恒方程

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial y} + \rho g \sin\theta = 0 \quad (4-5)$$

$$- \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial m_{yy}}{\partial y} - \rho g \cos\theta = 0 \quad (4-6)$$

其中

$$\rho = \rho_f + (\rho_p - \rho_f)C \quad (4-7)$$

$$T_{mxy} = CT_{pxy} + (1-C)T_{fxy} \quad (4-8)$$

$$T_{myy} = CT_{pyy} + (1-C)T_{fyy} \quad (4-9)$$

通常,可以认为 $P$ 服从静水压力规律,因此

$$\frac{\partial m_{yy}}{\partial y} - (\rho_p - \rho_f)Cg \cos\theta = 0 \quad (4-10)$$

对式(4-5)和(4-10)分别从任一位置 $y$ 至流深 $H$ 积分,得到

$$T_{mxy} = T_{fxy}^H + g \sin\theta \int_y^H \rho dy \quad (4-11)$$

$$T_{myy} = T_{myy}^H + (\rho_p - \rho_f)g \cos\theta \int_y^H C dy \quad (4-12)$$

以上诸式中, $\rho$ 为泥石流密度; $T_{pxy}$ 和 $T_{pyy}$ 为固相沿切向和垂向的应力(为相体平均值), $T_{fxy}$ 和 $T_{fyy}$ 分别为液相在对应方向上的应力; $T_{mxy}$ 和 $T_{myy}$ 为混合物应力; $T_{mxy}^H$ 和 $T_{myy}^H$ 分别为 $T_{mxy}$ 和 $T_{myy}$ 在 $y=H$ 的对应点上之取值。

类似地,当假设 $u_p = u_f = u$ 并忽略前述能量方程中的内能时,可得到能量方程

$$- T_{mxy} \frac{du}{dy} + E_m = 0 \quad (4-13)$$

其中

$$E_m = CE_p + (1 - C)E_f \tag{4-14}$$

这里  $E_p$  和  $E_f$  分别为固相和液相各自的碰撞能耗率。

5 应力项的确定

结构两相流模型中有关固相和液相的应力项理论上应同时考虑，只是在较简单的流动条件下问题得到简化，而常常取两相中占优势的一相之应力项代表混合流（如泥流、饱和水石流）对应的应力项。当两相中的一相占优势，而另一相虽处次要地位但对总体流动（如非饱和水石流）已构成一定影响时，可对占优势的一相之应力项进行修正来计入另一相的影响。当两相都起显著作用时，问题将变得极其复杂。这时，对应于固相和液相的应力项都不能忽略不计，也不能通过对一项的简单修正来解决问题。

两相的应力结构关系可由 (3-7) 式表示。对于二维稳定均匀流，液相的应力关系可以简化为

$$T_{fxy} = \tau_b + \mu \frac{du_f}{dy} + \rho_f l^2 \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2 \tag{5-1}$$

$$T_{fyy} = - P_f \tag{5-2}$$

式中  $\tau_b$  为液相流体屈服应力，需根据流体特性进行试验得出，牛顿体中  $\tau_b = 0$ ； $l$  为液相流体微团因脉动流速的作用而移动的距离，在清水中与紊动水流的掺混长度一致，在以粘性作用为主的流体中  $l$  很小甚至接近于零； $u_f$  为液相速度； $\mu$  为液相粘滞系数（它与清水粘度系数  $\mu_0$ ，细颗粒极限浓度  $C_m$  及液相中细颗粒浓度有关），亦需试验确定，表 2 中列出一些关于高含沙水流和泥石流的粘滞系数  $\mu$  的代表性研究结果<sup>[7]</sup>，应用时可结合实验条件参考使用。

表 2 液相粘滞系数的确定

Tab. 2 Viscosity coefficients for the conceptual liquid phase in debris flows

作 者	公 式	说 明
Einstein	$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + 2.5kC$	$k$ 为大于 1 的系数，适合非粘性颗粒、浓度较小的情形
钱宁等	$\frac{\mu}{\mu_0} = (1 - kC)^{-2.5}$	适合于粘性颗粒的非均匀沙
钱意颖等	$\frac{\mu}{\mu_0} = e^{5.06C}$	黄河高含沙水流经验公式
费祥俊	$\frac{\mu}{\mu_0} = \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{C_m - C}{C_m} \right)^4 \right] \frac{C}{C_m} \right\}^{-2.5}$	$C_m$ 为细颗粒极限浓度
费祥俊	$\frac{\mu}{\mu_0} = \left( 1 - k_s \frac{C_s}{C_{ms}} \right)^{-2.5}$	$C_s$ 和 $C_{ms}$ 分别为泥石流“液相”的固体体积浓度及液相的极限浓度； $k_s$ 为考虑细颗粒间封闭水影响的修正系数；浓度很高时 $k_s = 1.0$

对应地, 固相的应力关系为

$$T_{pij} = T_{Fij} + T_{dij} + T_{cij} \quad (5-3)$$

这意味着固相颗粒对应的总应力  $T_{pij}$  由三部分组成, 即摩擦应力  $T_{Fij}$ , 弥散应力  $T_{dij}$  和碰撞应力  $T_{cij}$ , 三者分别因颗粒运动时粒间接触、颗粒间位置交换及颗粒间的碰撞而产生。对于简化了的二维稳定流动, 式 (5-3) 可写成在直角坐标系下的形式

$$T_{pxy} = T_{Fxy} + T_{dxy} + T_{cxy} \quad (5-4)$$

$$T_{pyy} = T_{Fyy} + T_{dyy} + T_{cyy} \quad (5-5)$$

对于其中的与变率无关的项  $T_{Fxy}$  和  $T_{Fyy}$ , Johnson 和 Jackson<sup>[10]</sup> 以及其它研究者都曾作过探讨, 并形式上给出了下列关系

$$T_{Fxy} = \delta \sin \varphi, \quad T_{Fyy} = \delta \quad (5-6)$$

式中  $\delta$  为正应力,  $\varphi$  为颗粒的内摩擦角。

关于弥散应力和碰撞应力, 可通过类比稠密气体动理论中的有关处理方法给出<sup>[8]</sup>

$$T_{cxy} = \frac{1+e}{30} \rho_p C^2 g_0 V D \left( 8 \sqrt{\frac{3}{\pi}} + \frac{\sqrt{2}}{C g_0} \right) \frac{d\mu}{dy} \quad (5-7)$$

$$T_{cyy} = \frac{2}{3} (1+e) \rho_p C^2 g_0 V^2 \quad (5-8)$$

$$T_{dxy} = \frac{5T_{cxy}}{2\sqrt{2}(1+e)C^2g_0^2 \left( 8\sqrt{\frac{3}{\pi}} + \frac{\sqrt{2}}{Cg_0} \right)} \quad (5-9)$$

$$T_{dyy} = \frac{T_{cyy}}{2(1+e)Cg_0} \quad (5-10)$$

以上各式中,  $D$  为颗粒直径;  $e$  为颗粒弹性恢复系数;  $V$  为颗粒脉动速度的均方根值;  $g_0$  为径向分布函数, 其表达式为

$$g_0 = \frac{1}{1-C} + \frac{3C}{2(1-C)^2} + \frac{C^2}{2(1-C)^3} \quad (5-11)$$

原则上, 在泥石流中的固相和液相被划分后, 一经两相各自对应的应力项得到确定, 结构两相流模型便可直接应用。为了下文讨论模型应用时方便, 下面再对泥石流中几类典型流动的简化作一讨论。

### 5.1 泥流

泥流应属于泥石流中最简单的一种。在这种情况下, 虽然“液相”浓度可以很高, 但因粗颗粒泥沙含量很少, 在结构两相流意义下的“固相”颗粒浓度接近于零, 因此可直接采用式 (4-8), (4-11) 和 (5-1) 研究二维稳定流条件下的泥流运动特性。

### 5.2 水石流

水石流也是泥石流中较简单的情形, 按表 1 的分类它又可分为饱和水石流和非饱和水石流。对于饱和水石流, 可引入颗粒流研究中关于各类作用应力的有关结果来代替两相应力之和。如可采用式 (5-6) ~ 式 (5-10)。注意到在应力关系研究中, 与变率无关的应力项之研究至今仍不令人鼓舞, 所以我们不妨假设  $T_{Fyy}$  占总颗粒相应力  $T_{pyy}$  的某一份数, 即

$$T_{Fyy} = k_1 T_{pyy} \quad (5-12)$$

其中  $k_1$  为比例系数, 其变化范围为 0~1。 $k_1$  应为颗粒浓度或颗粒其它特性或边界条件的函

数。当  $k_1 = 0$  时, 摩擦应力可以忽略不计, 这时颗粒运动或以惯性运动为主, 颗粒碰撞作用占优势, 坡陡流急, 或是液相作用已不可忽略; 随着  $k_1$  增加, 颗粒间的碰撞作用渐次减小。

要对水石流的颗粒速度分布、浓度分布、脉动强度分布等一系列要素进行完整描述, 还需确定式 (4-14) 中的  $E_m$ 。如果任意两个碰撞的颗粒具有相同速度 (即  $V_1 = V_2 = V$ ), 则在多次碰撞后颗粒间的平均相对速度为

$$\overline{V_r} = \int_0^\pi V_r \cdot \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \frac{4}{3}V \quad (5-13)$$

$$\text{其中} \quad V_r = \sqrt{V^2 + V^2 - 2V^2 \cos \theta} = 2V \sin \frac{\theta}{2} \quad (5-14)$$

$$\text{假设} \quad V_{ri} = \overline{V_r} = \frac{4}{3}V \quad (5-15)$$

并注意到

$$E_g = \frac{1}{8} (1 - e^2) m D^2 V_i^3 f^{(2)} \sin \theta d\theta d\psi dV_1 dV_2 \quad (5-16)$$

则式 (5-13) 可化为

$$E_g = \sqrt{\frac{3}{\pi}} (1 - e^2) \rho C g_0 \frac{V \overline{V_r}}{D} = \frac{16}{9} \sqrt{\frac{3}{\pi}} (1 - e^2) \rho C g_0 \frac{V^3}{D} \quad (5-17)$$

在式 (5-16) 中,  $\sin \theta d\theta d\psi$  代表球坐标系中的面元,  $\theta$  的变化范围为  $0 \sim \pi$ , 且  $\psi = 0 \sim 2\pi$ ,  $f^{(2)}$  为两颗粒联合速度分布函数;  $m$  为颗粒的质量。将式 (5-17) 代入 (3-5) 式并注意到  $R = D (du/dy) / V$ , 可以得到

$$R = \frac{D}{V} \frac{du}{dy} = \frac{4}{3} \left[ \frac{30(1-e)}{8 + \sqrt{\frac{2\pi}{3} \frac{1}{C g_0}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5-18)$$

将以上诸式进行整理简化可以得到

$$\frac{1}{\eta} C d\eta = \frac{1-e}{F} \quad (5-19)$$

$$V^2 = \frac{1-k_1}{(1+f_4)f_2} (\rho_p - \rho_f) g H \cos \theta \frac{1}{\eta} C d\eta \quad (5-20)$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{VR}{D} \quad (5-21)$$

所以, 由式 (5-19) 至 (5-21) 可以求得泥石流的浓度、速度及脉动速度分布。以上各式中的变量定义如下:

$$\eta = \frac{y}{H} \quad (5-22)$$

$$F = \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \left[ \frac{(1-k_1)}{\tan \theta} F_1 - 1 + \frac{k_1 \tan \phi}{\tan \theta} \right] \quad (5-23)$$

$$F_1 = \frac{(1+f_3)f_1 R}{(1+f_4)f_2} \quad (5-24)$$

$$f_1 = \frac{1+e}{30} \rho_p C^2 g_0 \left( 8 \sqrt{\frac{3}{\pi}} - \frac{\sqrt{2}}{C g_0} \right) \quad (5-25)$$



$$f_2 = \frac{2}{3}(1+e)\rho_p C^2 g_0 \quad (5-26)$$

$$f_3 = \frac{5}{2\sqrt{2}(1+e)C^2 g_0^2 \left[ 8\sqrt{\frac{3}{\pi}} + \frac{\sqrt{2}}{C g_0} \right]} \quad (5-27)$$

$$f_4 = \frac{1}{2(1+e)C g_0} \quad (5-28)$$

在输移平衡条件下颗粒输移率为

$$Q_s = \rho_p H \frac{1}{0} u C d \eta \quad (5-29)$$

对于非饱和水石流,除考虑颗粒间的相互作用外,还应考虑液相的影响。就固相与液相的应力分布特点来讲,前者沿流向和垂直于流向向上的应力比  $T_{pxy}/T_{pyy}$  总是小于 1,而后者则可由紊流动力学的研究结果知,明渠紊流中沿流向和沿垂向的紊动应力之比  $T_{fxy}/T_{fyy}$  总是大于 1,且实测表明该比值通常近似为  $\overline{u'v'}/\overline{v'^2} \doteq 1.5$ 。

考虑到固液两相间相互作用的复杂性,可通过对单一固相颗粒的应力比进行简单修正来计入液相的影响,如假设

$$\frac{T_{pxy} + T_{fxy}}{T_{pyy} + T_{fyy}} = \alpha \frac{T_{pxy}}{T_{pyy}} \quad (5-30)$$

式中  $\alpha$  为一与水石流中颗粒浓度有关的修正系数。由于水石流中总应力由固相应力及液相应力两部分组成,所以当  $T_{fxy}$  和  $T_{fyy}$  都可以忽略不计时,  $\alpha$  向 1 趋近。相应地,水石流向饱和水石流趋近。随着液相作用的增强,  $\alpha$  相应增大,流动成为非饱和水石流,这时颗粒流模型必须按式 (5-30) 进行修正(即将颗粒流模型中的应力比  $T_{pxy}/T_{pyy}$  用  $\alpha T_{pxy}/T_{pyy}$  替代)方可使用。

值得指出的是,除模型中需要事先给定的参数外,  $k_1$  和  $\alpha$  这两个具有明确物理意义的系数,成为反映水石流运动的重要参数。对此,还将在后文<sup>[11]</sup>中作进一步探讨。两参数的变化范围都是有限的,对于前者,当  $k_1$  取值太小时,以上分析已没有意义,对应的流动可能由慢速转为停顿。通常,为保证流动存在,  $k_1$  应满足

$$0 < \frac{\left( \frac{\rho_f}{\rho_p - \rho_f C_{om}} \frac{1}{C_{om}} + 1 \right) \tan \theta - F_1}{\tan \varphi - F_1} < k_1 < 1 \quad (5-31)$$

式中,  $C_{om}$  为颗粒的饱和浓度。对于后者,  $\alpha$  的变化范围通常应为 1~3。

### 5.3 泥石流

根据表 1 所示的泥石流分类,一般意义上的泥石流可分为粘性泥石流和稀性泥石流,并在某些地区可用密度  $\gamma$  作为判别指标来进行区划<sup>[7]</sup>。

粘性泥石流和稀性泥石流仅具有相对的意义。尽管将二者进行了截然的划分,但在这两个亚类中,泥石流的“固相”和“液相”的作用都不可忽略。对于“液相”的处理相对简单,只要按式 (5-1) 进行具体简化则可。对于“固相”的处理相对复杂些,因为把颗粒流关于应力项的研究成果引入泥石流需进行修正。这种修正与上面介绍的对不饱和水石流的修正不同,它是同时考虑固液两相各自作用的条件下,再对置于泥浆中的颗粒相进行修正。最简单的修正办法就是将颗粒流中的颗粒相沿运动方向和垂直于运动方向之应力比乘

以一个修正系数  $\alpha^*$ , 作为泥石流中固相颗粒对应应力之比。显然,  $\alpha^*$  应为泥石流中液相粘滞系数及泥石流流动条件的函数, 需根据试验确定或从实测资料中归纳得出。

## 6 结论

本文结合泥石流的动力分类提出了泥石流结构两相流模型的概念与基本理论。泥石流结构两相流模型的提出, 指出了运用固液两相流的理论对泥石流运动机理进行研究的途径, 又较恰当地反映了泥石流与一般固液两相流的不同之处。将这一成果应用于研究各类复杂的泥石流运动时, 有助于合理地解释泥石流的一系列运动特性<sup>[11]</sup>。

## 参 考 文 献

- 1 康志成 云南东川蒋家沟泥石流运动流态特征 见 中国科学院兰州冰川冻土研究所 中国科学院兰州冰川冻土研究所集刊 北京 科学出版社, 1985 97~ 107.
- 2 Ni J R, Wang G Q. Some aspects of the mechnism of debris flow. In: French R H (ed ). Hydraulics/Hydrology of Arid Lands New York ASCE, 1990 422~ 427.
- 3 Chen Chenglung Generalized viscoplastic modeling of debris flow. *Jour. Hydr. Engrg.* (ASCE), 1988, **114**(3) 237~ 258
- 4 Takahashi T. Debris flow on prismatic open channel *Jour. Hydr. Div.* (ASCE), 1980, **106**(3) 381~ 396
- 5 王光谦, 倪晋仁 泥石流的颗粒流模型 山地研究, 1992, **10**(1) 1~ 10
- 6 Ni J R, Wang G Q. Models and mechnism s of the saturated water-rock debris flow. In Proc Soviet- China- Japan Symp. and Field Workshop on Natural Disasters SCISFND, 1991 314~ 325
- 7 钱宁 高含沙水流运动 北京 清华大学出版社, 1989
- 8 倪晋仁, 王光谦, 张红武 固液两相流基本理论及其最新应用 北京 科学出版社, 1991
- 9 Canahan N F, Starling K E. Equations of state for non-attracting rigid spheres *Jour. Chemical Physics*, 1969, **51**(2) 635~ 636
- 10 Johnson P C, Jackson R. Frictional-collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing *Jour. Fluid Mech.*, 1987, **167** 67~ 93
- 11 倪晋仁, 王光谦, 熊育武等 泥石流的结构两相流模型 II. 应用 地理学报, 1998, **53**(1) 77~ 85

# CONCEPTUAL TWO-PHASE FLOW MODEL OF DEBRIS FLOW: I. THEORY

N i J inren

*(Department of Geography, Peking University, Beijing 100871)*

W ang Guangqian

*(Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)*

**Key words** debris flow, conceptual two-phase flow, model

## Abstract

On the basis of classification of various kinds of debris flows with the emphases of their dynamic behaviours in relation to the corresponding constitutive relations, a conceptual two-phase flow model of debris flow is developed in the present paper. The model is well structured by defining the conceptual liquid phase which is the slurry actually composed of water and cohesionless fine sediment particles and behaves as non-Newtonian fluid, as well as the conceptual solid phase which is composed of the particles with their diameters larger than certain critical size. Basic equations for both phases are given based on the concept of solid-liquid two-phase flow theory, but the differences between the debris flow and the two-phase flow in common sense are fully considered, which is just the "Conceptual" means. With the generalized model presented, the complex motion of debris flow can be reasonably described, and simple flows such as muddy flow and water-rock flow can be included as special cases, under which the model can be greatly simplified. In consideration that the successful application of kinetic theory of gas molecules to the granular flow, analogy between the conceptual solid phase in debris flow and the gas molecules is made. Furthermore, greater details are given for water-rock flows, including both saturated flows and non-saturated flows. The model presented herein will result in the exact solution of water-rock flows under the condition of 1-D steady uniform flow. Thus, various special characteristics of water-rock flow may be revealed correspondingly. The application of the model in connection with the measured data will be discussed in the companion paper.