

辐射日总量的最热坡度 解析模式及其全球分布规律^{*}

于 强 傅抱璞 彭乃志 陈 明

(南京大学大气科学系, 南京 210008)

提 要 本文给出了南北向坡面最热坡度的解析模式。(1)在北半球(下同),冬半年南坡存在最热坡度,且随纬度升高而增大,接近极夜时趋于 90° 。(2)夏半年,存在两个临界纬度 $\varphi_{01}(\leq 43.3^\circ\text{N})$ 、 $\varphi_{02}(\geq 63.5^\circ\text{N})$;当 $\varphi > \varphi_{01}$ 时,南坡有最热坡度;当 $\varphi > \varphi_{02}$ 或 $\varphi < \varphi_{01}$ 时,北坡出现最热坡度。给出了 φ_{01} 和 φ_{02} 的解析式,证明 φ_{01} 、 φ_{02} 分别是全球水平面上日辐射量最大值和最小值所在的纬度,它们仅依赖于赤纬。(3)最热坡度所在坡面获得的日辐射量,冬半年低纬大于高纬;夏半年低纬($\varphi < \varphi_{01}$)北坡随纬度递增,南坡($\varphi > \varphi_{01}$ 时)等于 φ_{01} 处水平面上日辐射量,极昼区内,北坡等于极点水平面的日辐射量。

关键词 最热坡度 天文辐射 分布

1 前言

最热坡度是指在晴空条件下一定时间内(年、月、日),某一方位接受太阳辐射最多的坡度。在实践中,它是太阳能利用的重要参数。若坡度大于或小于最热坡度,辐射量均减少。因而最热坡度的存在域对坡面太阳辐射的理论分布有重要意义。

因为在晴空条件下地面可能辐射日总量随坡地方位(包括坡向和坡度)的变化与天文辐射日总量随坡地方位的变化相似,而天文辐射日总量的计算要比地面可能辐射日总量简单得多,且便于对最热坡度进行理论分析并推得比较简明的解析表示式。因此,为简便起见,我们就近似地从天文辐射日总量来推求和讨论最热坡度。

傅抱璞^[1-3]最早提出最热坡度的概念,研究了北半球 50°N 以内,倾角 60° 以下坡面天文辐射日总量的变化规律。并进一步分析了天文辐射最热坡度的规律性,给出了最热坡度的近似公式。文献[4]还进行过最热坡度解析模式的研究。李怀瑾^[3]等也进行了最热坡度在我国的分布规律及其日辐射量的研究。

日辐射量是组成较长时段辐射量的基本单位。目前天文辐射最热坡度的存在范围及其时空变化规律仍没有确切的结论。因而对于较长时段最热坡度的分析往往有失偏颇。本文将对这一问题做些探讨。

2 最热坡度的解析模式

据研究^[3],最热坡度出现于偏南坡时,以正南坡日辐射量较大;当出现于偏北坡时,以正

^{*} 来稿日期:1993 年 10 月;收到修改稿日期:1993 年 12 月。

北坡较大。本文仅研究南北坡,并以北半球为例。

2.1 冬半年($\delta \leq 0$)

北坡不存在最热坡度。根据文献[1,3]坡度为 α 的南坡接受的天文辐射日总量为

$$Q_{a,\omega} = \frac{I_0 E_0 \tau}{\pi} [\omega \sin(\varphi - \alpha) \sin \delta + \cos(\varphi - \alpha) \cos \delta \sin \omega] \quad (2-1)$$

其中 I_0 为太阳常数; E_0 为地球轨道偏心率订正因子; τ 为日长; φ 为地理纬度; δ 为太阳赤纬; ω 为南坡的日没时角,在冬半年,南坡日没时角与水平面日没时间 ω_0 相同,即 $\omega = \omega_0$, ω_0 由下式表示:

$$\omega_0 = \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta) \quad (\text{取正值})$$

最热坡度存在的必要条件是: $(\partial Q_{a,\omega} / \partial \alpha) = 0$,即

$$-\omega_0 \cos(\varphi - \alpha) \sin \delta + \sin(\varphi - \alpha) \cos \delta \sin \omega_0 = 0$$

$$\operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = \frac{\omega_0}{\sin \omega_0} \operatorname{tg} \delta$$

$$\alpha = \varphi - \arctg\left(\frac{\omega_0}{\sin \omega_0} \operatorname{tg} \delta\right) \quad (2-2)$$

这就是冬半年南坡最热坡度的解析式。可知,当 $\delta = 0$ 时, $\alpha = \varphi$,即在二分日最热坡度与纬度相等。在极夜区,因无日照,也无最热坡度。

2.2 夏半年($\delta > 0$)

2.2.1 北坡 先考虑只有一次日出、日没的坡面,夏半年,当北坡只有一次日出、日没时(当 $\alpha < 90^\circ - \varphi + \delta$ 时),北坡每天接受的天文辐射日总量为

$$Q_{a,180} = \frac{I_0 E_0 \tau}{\pi} [\omega_0 \sin(\varphi + \alpha) \sin \delta + \cos(\varphi + \alpha) \cos \delta \sin \omega_0] \quad (2-3)$$

在极昼区,因太阳整天都在地平线以上,实际上是没有日出和日没时间,故 ω_0 不存在,这时为利用公式(2-2)计算坡地上的辐射日总量,可令 $\omega_0 = \pi$ 。类似上述方法,取 $(\partial Q / \partial \alpha) = 0$,得

$$\sin(\varphi + \alpha) \sin \omega_0 = \omega_0 \operatorname{tg} \delta \cos(\varphi + \alpha) \quad (2-4)$$

在极昼区($\varphi > 90^\circ - \delta$), $\sin \omega_0 = 0$,欲使上式成立,须

$$\cos(\varphi + \alpha) = 0; \alpha = 90^\circ - \varphi \quad (2-5)$$

此坡面与极点处水平面平行,日长为极昼,接受的日辐射量与极点水平面相等。

在非极昼区($\varphi < 90^\circ - \delta$), $\sin \omega_0 \neq 0$,由(4)解得:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\omega_0}{\sin \omega_0} \operatorname{tg} \delta\right) - \varphi \quad (2-6)$$

由于 $0 < \alpha < 90^\circ$,由(2-5)得北坡具有最热坡度的纬度条件是

$$\varphi < \arctg\left(\frac{\omega_0}{\sin \omega_0} \operatorname{tg} \delta\right) \quad (2-7)$$

因此,北坡存在最热坡度的临界纬度是

$$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{\omega_0}{\sin \omega_0} \operatorname{tg} \delta\right) \quad (2-8)$$

下面讨论临界纬度的意义和北坡最热坡度的存在范围。

夏半年,水平面辐射日总量随纬度变化有以下特点(图1):在较低纬度,日辐射量随纬

度而增加,达到最大值后便减少,接近极昼区时达最小值。在极昼区随纬度增加。

水平面日辐射量为

$$Q_0 = \frac{I_0 E_0 \tau}{\pi} (\omega_0 \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \sin \omega_0)$$

其随纬度的一阶偏导数为

$$\frac{\partial Q_0}{\partial \varphi} = \frac{I_0 E_0 \tau}{\pi} (\omega_0 \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \sin \omega_0)$$

当 $\frac{\partial Q_0}{\partial \varphi} > 0$ 时,有

$$\omega_0 \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \sin \omega_0 > 0$$

此式与(2-7)是等价的。即 $\frac{\partial Q_0}{\partial \varphi} > 0$ 是北坡存在最热坡度的条件。也就是说,当水平面日辐射量随纬度增加时,北坡存在最热坡度,否则无最热坡度(可以证明,此条件也同样适用于极昼区)。

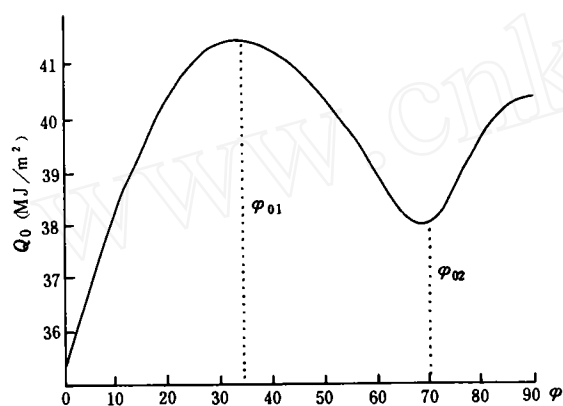


图 1 水平面天文辐射日总量 Q_0 随纬度 φ 的变化和临界纬度(当 $\delta=20^\circ$ 时)

Fig. 1 The change of daily solar radiation on horizontal surface with latitudes and the threshold latitudes.

当 $\frac{\partial Q_0}{\partial \varphi} = 0$ 时,有

$$\omega_0 \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \sin \omega_0 = 0$$

此式与(2-8)等价。也就是说,北坡存在最热坡度的临界纬度,就是水平面日辐射量出现最高和最低时的纬度,此时 $\frac{\partial Q_0}{\partial \varphi} = 0$ 。

将出现最大值和最小值的纬度分别定义为 φ_{01} 和 φ_{02} (图 1)。(2-8)式中 ω_0 是 φ_0 的函数,故右端是 φ_0 的隐函数形式。可用迭代法等数值方法求解,其解是唯一依赖于 δ 的。

由以上的讨论可知,北坡最热坡度的存在范围是

$$\varphi < \varphi_{01} \text{ 和 } \varphi > \varphi_{02}$$

表 1 夏半年临界纬度 φ_{01} 、 φ_{02} 随赤纬的变化Tab. 1 The change of threshold latitudes (φ_{01} , φ_{02}) with declination in the half year of summer.

δ	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	23.4
φ_{01}	3.1	6.3	9.5	12.7	16.0	19.3	22.8	26.4	30.2	34.4	39.2	43.4
φ_{02}	88.0	86.0	84.0	82.0	79.9	77.8	75.8	73.5	71.3	68.8	65.5	63.5
$90-\delta$	88	86	84	82	80	78	76	74	72	70	68	66.6

由表 1 可见,当 $\varphi_{01} > \delta$, 即当纬度大于赤纬时北坡仍可出现最热坡度。夏至时北坡最热坡度只出现在 $43.4^\circ N$ 以内和极昼区内。 φ_{02} 等于或接近极昼区的界限纬度 $90-\delta$ 。

根据文献[3],当 $\alpha > 90^\circ - \varphi + \delta$ 时,北坡夏半年每天有二次日出日没时间,其日辐射量为

$$Q'_{\alpha, 180} = \frac{I_0 E_0 \tau}{\pi} [\sin(\varphi + \alpha) \sin \delta (\omega_s - \omega_s') + \cos(\varphi + \alpha) \cos \delta \cdot (\sin \omega_s - \sin \omega_s')]]$$

其中 ω_s' 为受坡面遮蔽引起的第二次日出时角。将 $Q'_{\alpha, 180}$ 对 α 求偏导数,并令 $\frac{\partial Q'_{\alpha, 180}}{\partial \alpha} = 0$, 可得到决定北坡最热坡度的关系式与 (α-4) 式相同,而由 (α-4) 式可知,无论在极昼区或非极昼区,北坡的最热坡度 α 都是

$$\alpha \leq 90 - \varphi < 90^\circ - \varphi + \delta$$

故所求最热坡度不存在二次日出日没。

2.2.2 南坡 在北半球夏半年南坡日没的时角为

$$\omega = \arccos[-\operatorname{tg}(\varphi - \delta) \operatorname{tg} \delta] \quad (2-9)$$

将 (1) 式对 α 求偏导数,并令 $\frac{\partial Q_{\alpha, 0}}{\partial \alpha} = 0$, 有

$$\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} [\operatorname{tg}(\varphi - \alpha) \operatorname{tg} \delta + \cos \omega_s] - \omega_s \operatorname{tg} \delta + \sin \omega_s \operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = 0$$

再利用 (2-9) 式,可将上式化为

$$-\omega_s \operatorname{tg} \delta + \sin \omega_s \operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = 0$$

由此得到

$$\alpha = \varphi - \arctg\left(\frac{\omega_s}{\sin \omega_s} \operatorname{tg} \delta\right) \quad (2-10)$$

这就是夏半年南坡最热坡度的解析式。令 $\alpha = 0$, 即得到在夏半年南坡有最热坡度出现的临界纬度

$$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{\omega_s}{\sin \omega_s} \operatorname{tg} \delta\right) \quad (2-11)$$

类似前面对北坡的讨论,南坡最热坡度的存在域是:

$$\varphi > \varphi_{01}, \varphi_0 = \varphi_{01}$$

由 (2-10) 式有:

$$\varphi - \alpha = \arctg\left(\frac{\omega_s}{\sin \omega_s} \operatorname{tg} \delta\right)$$

由 (2-10) 和 (2-11) 式,有:

$$\alpha = \varphi - \varphi_{01}$$

由此可见,南坡的最热坡度是等于其所在纬度 φ 与 φ_{01} 的差值。由(2-1)和(2-9)可知,坡度为 α 的南坡上的天文辐射日总量是正好等于纬度比其低 α 的水平面之值,因此南坡最热坡度上的天文辐射总量等于 φ_{01} 处水平面之值。同样道理,当 $\alpha = \varphi - \varphi_{02}$ 时,其坡面日辐射量等于 φ_{02} 处水平面之值。

现讨论在极昼区的一些情况。因 $\alpha = \varphi - \varphi_{01}$, $\varphi_{01} < 90^\circ - \delta$, 知 $\alpha > \varphi + \delta - 90^\circ$, 即上述最热坡度在极昼区有坡面遮蔽, $\omega_1 < 180^\circ$, (a-10)式成立,最热坡度是存在的。

当 $\alpha = \varphi - \varphi_{02}$ 时, $\varphi_{02} \approx 90^\circ - \delta$, 亦有

$$\alpha \approx \varphi + \delta - 90^\circ$$

此值为南坡极昼与非极昼的转折点。

夏半年南坡日辐射量随坡度的变化,也就是水平面辐射量在其以南随纬度变化的再现(图2)。在坡面极昼区,(见图2), $\varphi = 90$, 从水平面起,坡度增大辐射量减少,到 $\alpha = \varphi - \varphi_{01}$ 时达极小,然后转入坡面非极昼,辐射量随坡度增加,到 $\alpha = \varphi - \varphi_{01}$ 时达最大,此后随坡度减少。

在非极昼区,当 $\varphi > \varphi_{01}$ 时,(见图2), $\varphi = 50$, 有最热坡度。自水平面起,辐射量随坡度增加,达到最大值后随坡度减小。

当 $\varphi < \varphi_{01}$ 时,如图2, $\varphi = 30$, 辐射量是随坡度单调递减的。

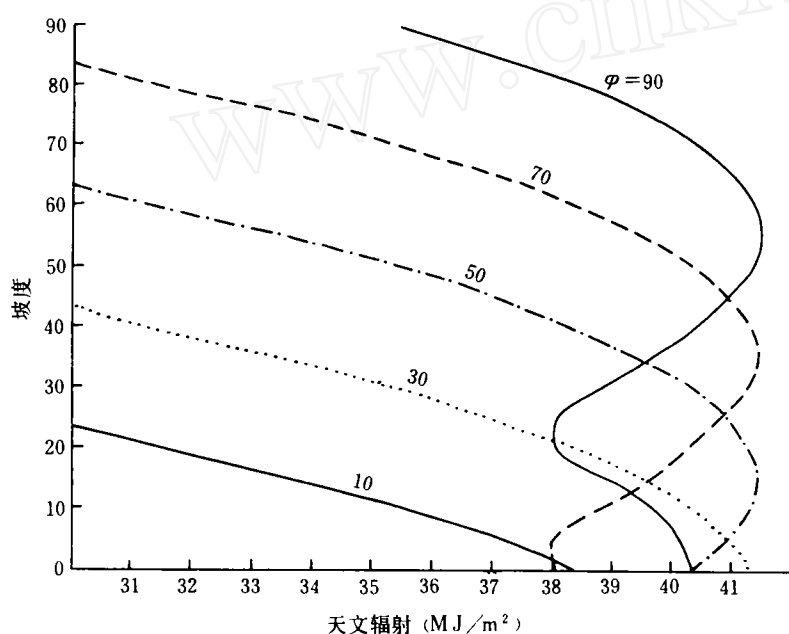


图2 不同纬度处南坡天文日辐射量随坡度的变化($\delta = 20^\circ$, $\varphi_{01} = 34.4^\circ \text{N}$)

Fig. 2 The change of daily solar radiation on slope facing south

with slope at different latitudes ($\delta = 20^\circ$, $\varphi_{01} = 34.4^\circ \text{N}$)

3 最热坡度的全球分布

图3是南北坡最热坡度随纬度和太阳赤纬的变化,由此可以看出:

冬半年,南坡存在最热坡度,且最热坡度大于纬度,在二分日;最热坡度等于纬度。越接近冬至,最热坡度越大,冬至时达最大。冬半年最热坡度的季节变化幅度以赤道最甚。纬度越高变化越小,赤道最热坡度变幅(即高于纬度的数值)为 34.2° ,极圈为 22.3° 。最热坡度随纬度升高是单调增大的,趋于极夜时达 90° ,即为南墙墙面。

夏半年,临界纬度 φ_{01} 随赤纬的变化(见图 3)中 0 等值线,当 $\varphi < \varphi_{01}$ 时,北坡有最热坡度。赤纬越大,纬度越低,最热坡度越大。因此夏至时赤道上最热坡度达最高值 34.2° 。当 $\varphi = \varphi_{01}$ 时,最热坡度等于 0,表示水平面上的辐射量大于任一坡度。纬度越高,南坡的最热坡度越大,由 $\alpha = \varphi - \varphi_{01}$,知最热坡度随纬度的增加而等量地增加,又因 φ_{01} 随赤纬增大,故在某一纬度,赤纬越大,南坡的最热坡度越小。到夏至时,最热坡度低于纬度 43.4° 。在夏半年,南坡的最热坡度低于纬度数在 $0-43.4^\circ$ 之间变化。

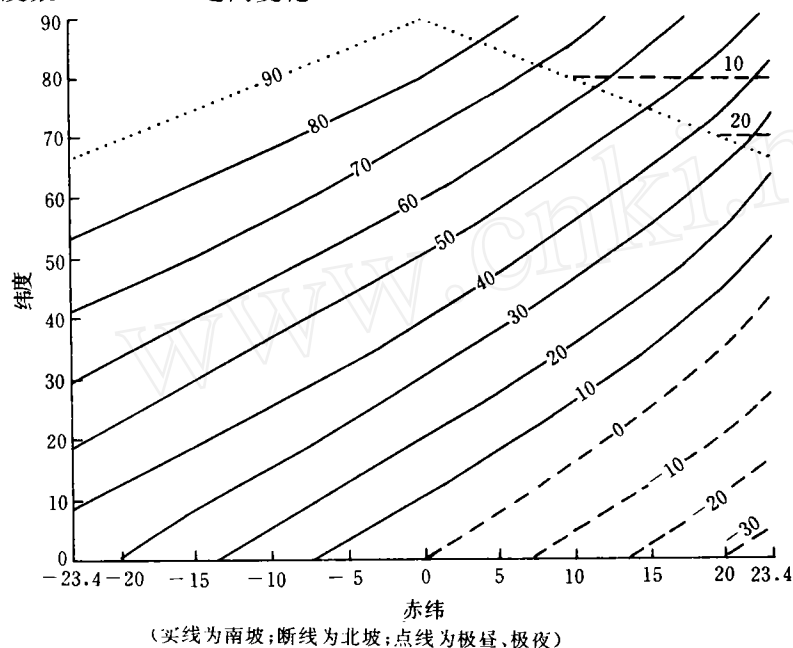


图 3 最热坡度的全球分布

Fig. 3 The global distribution of warmest slope calculated according to the solar radiation received in any given day.

当 $\varphi > \varphi_{02}$ 时,也就是说基本在极昼区内,北坡亦存在最热坡度。且最热坡度等于极点与其所在纬度的差值,而与赤纬无关。

最热坡度上的日辐射量,冬半年南坡是纬度越低越大(图略);夏半年低纬 $\varphi < \varphi_{01}$ 时北坡最大辐射量随纬度递增。增加幅度小于水平面之值(图略)。当 $\varphi > \varphi_{01}$ 时,南坡上最大辐射量恒等于 φ_{01} 处水平面之值。在极昼区内北坡最大辐射量等于极点水平面之值。总之,在最热坡度上的日辐射量小于或等于全球水平面上日辐射量的最大值。

参 考 文 献

- 1 傅抱璞. 坡地对于日照和太阳辐射的影响. 南京大学学报(自然科学), 1958, (2): 23—46.
- 2 傅抱璞. 论坡地上的太阳辐射总量. 南京大学学报(自然科学), 1958, (2): 47—82.

- 3 傅抱璞. 山地气候. 北京: 科学出版社, 1983.
- 4 左大康等. 地球表层辐射研究. 北京: 科学出版社, 1991.
- 5 李怀瑾等. 我国最佳倾斜面上日射时总量和日总量分布特征. 南京大学学报(自然科学), 1982, (2): 550—561.

ANALYTIC MODELS FOR WARMEST SLOPE CALCULATED ACCORDING TO THE DAILY SOLAR RADIATION AND ITS GLOBAL DISTRIBUTION

Yu Qiang Fu Baopu Peng Naizhi Chen Ming

(Department of Atmospheric Science, Nanjing University 210008)

Key words Solar radiation, Analytic model, Global distribution

Abstract

The analytic models of warmest slope (WS) facing south or north calculated according to the solar radiation received during any given day are proposed in this study. North hemisphere is taken as an example.

1. In the half year of winter, WS exists for south slope, and increases with latitude.

2. In the half year of summer, there are two threshold latitudes: φ_{01} ($\leq 43.3^\circ\text{N}$) and φ_{02} ($\geq 63.5^\circ\text{N}$); when $\varphi > \varphi_{01}$, WS exists for south slope, when $\varphi < \varphi_{01}$ or $\varphi > \varphi_{02}$, WS exists for north slope.

3. The daily solar radiation on the slope with WS decreases with the latitude in the half year of winter. In the half year of summer, it increases with latitude on the north slope when $\varphi < \varphi_{01}$. It is equal to the value of horizontal surface at φ_{01} on south slope when $\varphi > \varphi_{01}$.

作者简介

于强, 1962年生, 讲师。南京大学大气科学系博士。主要从事小气候和作物生长模拟的研究, 曾发表“湖泊对陆面辐射和热量过程的影响”、“水稻发育阶段的模拟模式”等论文。