

一个计算山地地形参数的计算机模式

李占清 翁笃鸣
(北京气象中心) (南京气象学院)

摘 要

本文提出了一个虚拟次网格二维差分格式, 依此建立了一个计算山地小地形参数(即局地平均坡向、坡度和地形遮蔽角)的通用计算机模式。模式的输入参数为研究地区的拔海高度网格化后的资料、空间格距和网格点数; 模式的输出结果为每个格点上的坡向、坡度及沿任一方位上的地形遮蔽角以及一些地形统计值。由此, 可较准确、客观地制作出研究山区的坡向、坡度图和地形遮蔽图。经实测验证, 模式的计算值与实测值比较吻合。

关键词 地形参数 坡度 坡向 地形遮蔽角

一、前 言

地形状况是影响山地气候、水文、植被等分布的主要因子之一。傅抱璞^[1]曾按它对气候的影响情况, 将其分为宏观地形因素(包括大山脉走向、总体高度和长度等)和微观地形因素(包括局地拔海高度、坡向、坡度和地形形态)两大类。而地形形态的影响基本上可以用地形遮蔽图表示。宏观地形因素和局地拔海高度一般可从各种比例尺的地形图上读出, 也可通过实测得到。至于小地形参数(除局地拔海高度外的微观地形因素)的确定问题, 以前由于计算条件限制, 只能通过实地测量途径解决。显然这在实用上有很大局限性, 尤其当所研究山区的面积较大时几乎无法使用该法。在苏联曾拟定出山地形态测量图的制作方法^[2], 其中坡向是利用45°的直角三角板在地形等高线图上按四个基本方位测定的。此法虽在一定程度上克服了实测方法的不足, 但工作量较大, 而且只能确定四个基本方位, 误差也很大。

为此, 我们设计了一个便于计算山区局地平均坡向、坡度及地形遮蔽角的计算机模式, 根据该模式, 只需从地形等高线图上读取各网格点的拔海高度值, 就可利用计算机求得上述各地形参数。因而, 使工作量大为减少, 并保证了计算结果的客观性和必要的精度。

研制山区地形参数的计算机模式, 可形象、定量地表示山区地形的分布状况, 为进一步研究山区辐射场、湿度场以及降水量场分布特征和开发、利用山区气候资源提供重要的基础。

二、山地局地平均坡向、坡度的计算模式

(一) 模式的建立

设山区拔海高度场为 $H(x, y)$, 其中 x, y 分别代表东西向和南北向坐标, 坐标原点在图的左上角, 并规定 x 坐标由西向东为正, y 坐标由北向南为正。从梯度概念出发, 容易推得坡向、坡度的分析表达式为:

$$\beta = \pi - \arctg \left(\frac{\partial H}{\partial x} / \frac{\partial H}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\alpha = \arctg \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

其中坡向 β 规定以正南为 0, 沿顺时针方向为正。在实际山区中, 由于地形极端复杂, 无法给出地形函数 $H(x, y)$ 的数学表达式。故只能利用离散的网格点高度资料, 以差分代替微分计算局地平均坡向、坡度。

为此, 应先将计算地区的地形等高线图网格化, 并读出每个网格点上的拔海高度值作为模式的主要输入参数。

在差分格式的选取方面, 常用的一维一阶差分格式虽计算比较方便, 但误差较大; 而若采用一维高阶差分格式, 虽能减小由差分代替微分产生的截断误差, 使计算值更接近于计算格点上的实际值, 但计算量大, 一般情况下, 我们希望每一格点上的计算值能较好地代表相应网格范围内的平均值(非局地值), 阶数太高也无必要。因此, 我们提出一种虚拟次网格二维差分格式。用二维等距平均求得次网格(格距为主网格格距之半的虚拟网格)上的拔海高度值。应用一阶差分公式由相距半个网格距的次网格点上的高度值求得主网格上的差分值, 具体介绍如下:

如图 1 所示, 设计算时所研究地段分别覆盖 M, N 条纵、横网格线。非边界网格点 $O(i, j) (2 \leq i \leq N-1, 2 \leq j \leq M-1)$ 的微分 $\frac{\partial H}{\partial x}$ 用一阶中心差公式表示:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{1}{l} (H_B - H_A)$$

式中 l 为网格距, H_A, H_B 分别为次网格点 A, B 上的拔海高度值, 它们分别可由相邻菱形四个顶点上的高度值平均求得:

$$H_A = \frac{1}{4} (H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_E + H_F)$$

$$H_B = \frac{1}{4} (H_{i,j} + H_{i,j+1} + H_G + H_R)$$

点 E, F, G, R 上的高度值可由四周方形四个顶点上的高度值平均依次求得。如以 E 点高度值 H_E 为例, 有:

$$H_E = \frac{1}{4} (H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_{i-1,j} + H_{i-1,j-1})$$

余类似。由此可得:

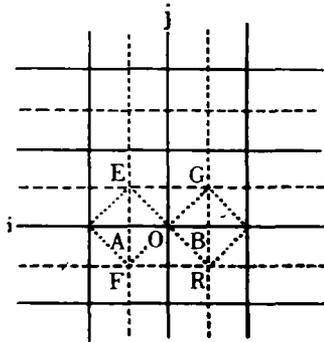


图1 非边界网格点上本差分格式示意图

Fig. 1 The sketch of the difference scheme at interior grids

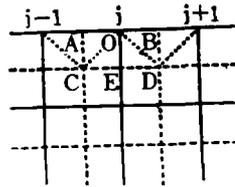


图2 边界网格点上本差分格式示意图

Fig. 2 The sketch of the difference scheme at margin grids

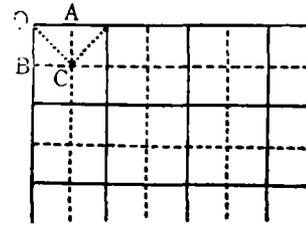


图3 顶点网格点本差分格式示意图

Fig. 3 The sketch of the difference scheme at apices

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{3}{8l} (H_{i,j+1} - H_{i,j-1}) + \frac{1}{16l} (H_{i+1,j+1} - H_{i+1,j-1} + H_{i-1,j+1} - H_{i-1,j-1}), \quad (2 \leq i \leq N-1, 2 \leq j \leq M-1) \quad (3)$$

同理可得:

$$\frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{i,j} = \frac{3}{8l} (H_{i+1,j} - H_{i-1,j}) + \frac{1}{16l} (H_{i+1,j+1} - H_{i-1,j+1} + H_{i+1,j-1} - H_{i-1,j-1}), \quad (2 \leq i \leq N-1, 2 \leq j \leq M-1) \quad (4)$$

当网格点位于图的边界上时,次网格上的高度值由相邻等距三点上的高度值求得,之后应用一阶向前、向后或中心差分公式求其差分值(如图2,图3所示),易推得上边界和左上角的网格点上的差分公式为:

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{1,j} = \frac{5}{12l} (H_{1,j+1} - H_{1,j-1}) + \frac{1}{12l} (H_{2,j+1} - H_{2,j-1}) \quad (2 \leq j \leq M-1) \quad (5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{1,j} = \frac{1}{4l} (3H_{2,j} - 5H_{1,j}) + \frac{1}{8l} (H_{1,j+1} + H_{1,j-1} + H_{2,j+1} + H_{2,j-1}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{1,1} = \frac{1}{6l} (5H_{1,2} - 7H_{1,1} + H_{2,1} + H_{2,2}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{1,1} = \frac{1}{6l} (5H_{2,1} - 7H_{1,1} + H_{1,2} + H_{2,2}) \quad (8)$$

其余边界上的差分表达式与此类似,此不赘述。

由上述推导可以看出,本模式因采用二维平均代替一般差分格式的一维平均使得计算的坡向、坡度值更为准确,与一维高阶格式的计算值相比,更能代表一个网格范围内的局地平均值。从模式的结构上看,格距越小,模式的计算值越准确。但当比例尺一定时,由于按地形图读取高度值时存在一定的内插误差,因此,计算点的格距也不宜太小。格距

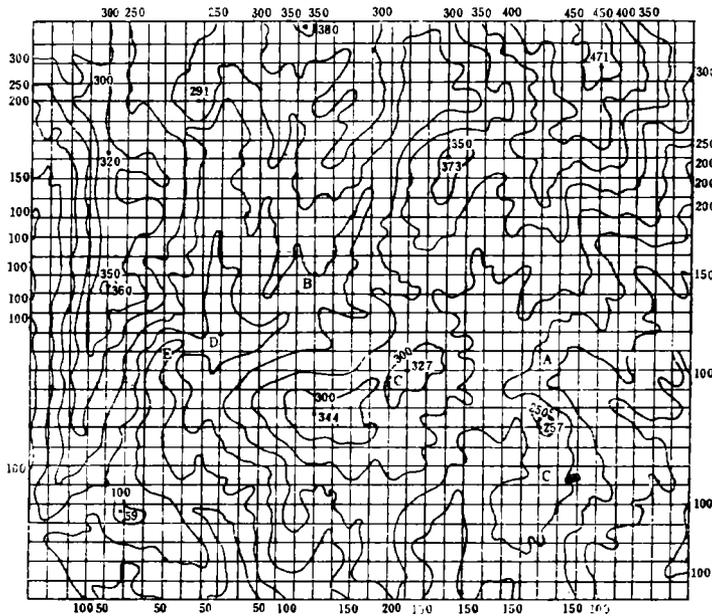


图 4 试验山区的地形等高线和网格线图

Fig. 4 The contour and networks in the test mountainous area

表 1 实测与计算坡度值的比较

Tab. 1 The observed and computed angles of slopes

测 点	A	B	C
实测坡度	16.8	13.5	8.4
计算坡度	14.8	11.9	8.4
相对误差	11.9%	11.9%	0.8%

的取值还取决于研究山区的地形起伏程度。对于地形起伏较大的山区,格距应较小些;反之,应大些。必要时,可根据精度要求,通过数值试验确定。在本例中,我们选取格距为 100 m。

(二) 模式试验及其检验

我们选取安徽潜山县境内大别山南段赵公岭山区为试验区进行了实地观测和模式计算。该山区的中心测点位置为 $116^{\circ}28'E$ 、 $30^{\circ}33'N$, 试验区面积为 $3 \times 3.5 \text{ km}^2$ 。该山区的地形等高线及试验划分的网格如图 4 所示。横、纵网格线数分别为 31、36。试验求出了各网格点的平均坡向、坡度。

表 1 给出三个坡面(图 4 中 A、B、C)的实测与计算坡度值的比较。可以看出,模式的计算值与实测值是比较吻合的。由于模式计算出的坡度值是代表一定范围的局地平均值,与各点上的实测坡度有微小的差别也是自然的。坡向的计算结果也与实测一致。

利用模式的计算值,我们绘制了试验地区的地形分布图(图 5)。其中坡向分为 8 种(具体规定为 $-22.5 \leq \beta \leq 22.5$ 为南向坡, $22.5 \leq \beta \leq 67.5$ 为西南向坡,余类推)。图上

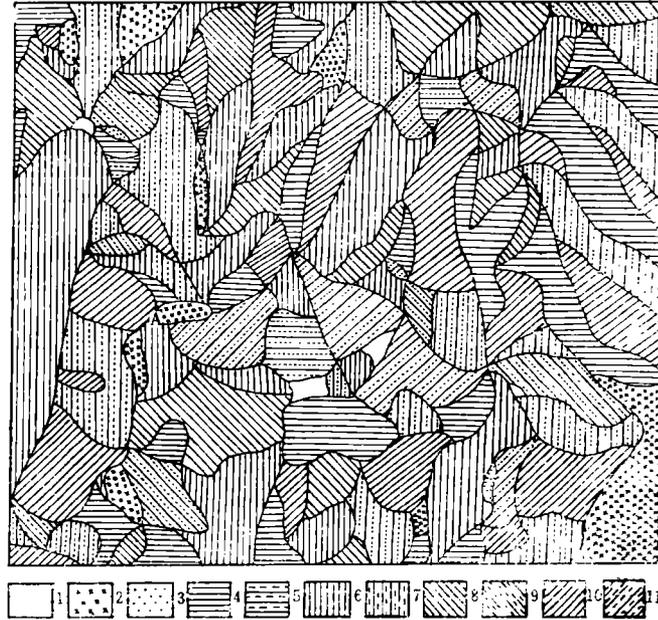


图 5 试验山区中不同地形的分布图

Fig. 5 The distribution of terrains in the test mountainous area

(1.山顶, 2.山谷, 3.平缓分水岭, 4.南坡, 5.北坡, 6.西坡, 7.东坡, 8.西南坡, 9.东北坡, 10.东南坡 11.西北坡。)

表 2 试验山区中不同地形的面积及其占总面积的百分比

Tab. 2 Areas and their percentages covered by different terrains in the test mountainous area

地形	山谷	山顶与平缓分水岭	南坡	西南坡	西坡	西北坡	北坡	东北坡	东坡	东南坡
面积 (km ²)	0.43	0.14	1.70	1.53	1.94	0.52	0.28	0.47	1.67	1.83
百分比	4.1	1.3	16.0	14.6	18.5	5.0	2.7	4.5	15.9	17.4

还标出了山谷、山顶和平缓分水岭(规定其坡度均小于 5°)。此外,还绘制了试验地区的坡度分布图(图6)。

图5、图6与图4相比较,可以发现,坡向与等高线法向、坡度与等高线疏密程度非常吻合。

长期以来,许多学者(如 Barry R. G.^[3], Голубова Т. А.^[4] 和 Кондратьев К. Я.^[5]等)曾对理想地形条件下的辐射平衡或热量平衡及其分量的分布问题,作过不少研究和计算,给出了这些量随坡向、坡度等地形因素变化的图表,但由于无法得到实际地形分布,而未能圆满解决这些量在实际山区中的计算。有了方位、地形和坡度分布图,即有可能绘制多种小气候要素图。

此外,模式中还给出了计算所研究地区的各种地形面积及其百分比的程序。根据

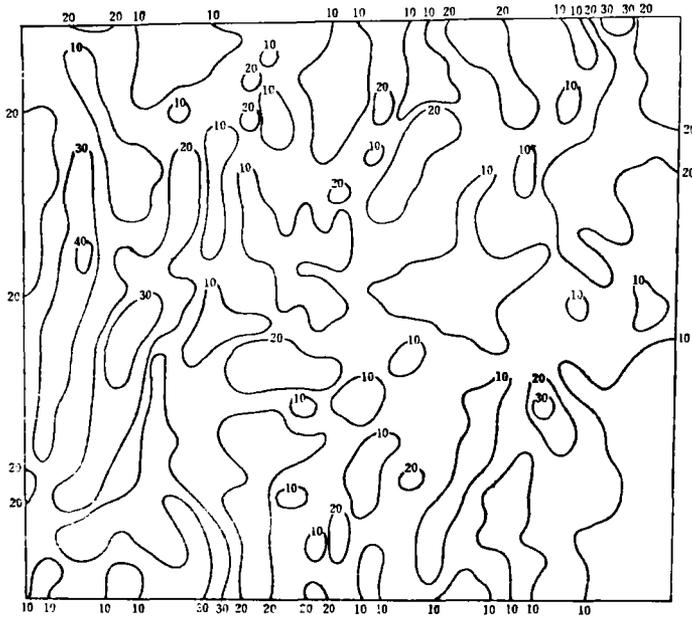


图 6 试验山区的坡度分布图

Fig. 6 The angle of slopes in the test mountainous area

Дмитрнев А. А.^[6] 的面积快速算法,第 i 种地形所占的面积 S_i 和试验地区的总面积 S_t 之比约等于第 i 地形内的网格点数 K_i 和该地区的总网格点数 $M \cdot N$ 之比,即

$$\frac{S_i}{S_t} = \frac{K_i}{M \cdot N} \quad (9)$$

或

$$S_i = \frac{K_i}{M \cdot N} S_t \quad (10)$$

实质上,这是一种加权方法,因计算所取的网格距较小,由此求得各类地形所占的面积及其百分比都比较精确。更重要的是,此法便于在计算机上使用。

表 2 给出本试验地区的计算结果。据此,可推断出该山区的地形分布情况,进而可粗略评价整个地区的气候资源分布情况。

三、山区地形遮蔽角的计算模式

(一) 模式的建立

除坡向、坡度以外,遮蔽状况是影响山地辐射平衡及其分量的另一重要地形因子。测点的遮蔽条件可直接影响到达该点的太阳直接辐射,遮蔽度对散射辐射和有效辐射的影响也是明显的。

对于周围开旷的理想坡面,坡地自身形成的遮蔽角可按式计算^[7]:

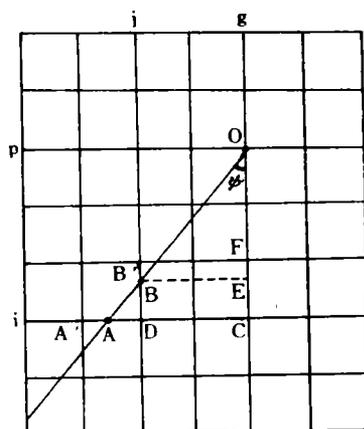


图7 计算网格点的地形遮蔽角示意图

Fig. 7 The sketch of calculating screening angle at a grid

$$h_s(\phi) = \arcsin \frac{-\cos(\beta - \phi)}{[\text{ctg}^2\alpha + \cos^2(\beta - \phi)]^{1/2}} \quad (11)$$

式中 $h_s(\phi)$ 表示方位角为 ϕ 的方位上的自身遮蔽角。

在实际山区中,除坡地自身的遮蔽外,研究点还常受周围地形的遮蔽影响。现以方位在 $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$ 范围内周围地形遮蔽角的计算说明该模式的建立。

如示意图7所示,假设山区计算点为 $O(p, q)$,它沿 ϕ 方向与 i, j 网格线 (i, j 分别代表与 ϕ 方位射线相交任意一条横、纵网格线)的交点分别记为 A, B ,显然 A, B 不一定恰好位于网格点上。因此, A, B 两点的高度值应由同一网格线上相邻两网格点的高度值 $H_{A'}, H_D$ 和 $H_{B'}, H_D$ 的线性内插求得,即

$$H_A = \frac{\overline{AD}}{l} H_{A'} + \frac{\overline{AA'}}{l} H_D$$

$$H_B = \frac{\overline{BB'}}{l} H_D + \frac{\overline{BD}}{l} H_{B'}$$

$$\overline{AD} = \{(i - p) \cdot \text{tg}\phi - \text{int}[(i - p) \cdot \text{tg}\phi]\} \cdot l$$

$$\overline{AA'} = \{1 + \text{int}[(i - p) \cdot \text{tg}\phi] - (i - p) \cdot \text{tg}\phi\} \cdot l$$

$$\overline{BB'} = \{(q - j) \cdot \text{ctg}\phi - \text{int}[(q - j) \cdot \text{ctg}\phi]\} \cdot l$$

$$\overline{BD} = \{1 + \text{int}[(q - j) \cdot \text{ctg}\phi] - (q - j) \cdot \text{ctg}\phi\} \cdot l$$

式中 $\text{int}(x)$ 为取 x 的最大整数函数。令:

$$c = p - i, \quad a = \text{int}[|c \cdot \text{tg}\phi|], \quad b = a + 1$$

$$f = q - j, \quad d = \text{int}[|f \cdot \text{ctg}\phi|], \quad e = d + 1$$

则点 A', D 的横坐标均为 i , 而纵坐标分别为 $q - b, q - a$; 点 B', D 的纵坐标均为 j , 横坐标分别为 $p + d, p + e$ 。则由上述各式可推得:

$$H_A = (c \cdot \operatorname{tg} \phi - a) \cdot H_{i,q-b} + (b - c \cdot \operatorname{tg} \phi) \cdot H_{i,q-a}$$

$$H_B = (f \cdot \operatorname{ctg} \phi - d) \cdot H_{p+e,j} + (e - f \cdot \operatorname{ctg} \phi) \cdot H_{p+d,j}$$

点 O 至 A 、 B 的水平距离分别为:

$$L_i = c \cdot \sec \phi \cdot l$$

$$L_j = f \cdot \csc \phi \cdot l$$

类似地,可推得任意方位射线与横、纵网格线的交点处的高度值 H_i 、 H_j 的一般计算式为

$$H_i = \begin{cases} (|c \cdot \operatorname{tg} \phi| - a)H_{i,q-b} + (b - |c \cdot \operatorname{tg} \phi|)H_{i,q-a} & \phi \geq 0 \\ (|c \cdot \operatorname{tg} \phi| - a)H_{i,q+b} + (b - |c \cdot \operatorname{tg} \phi|)H_{i,q+a} & \phi \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$H_j = \begin{cases} (|f \cdot \operatorname{ctg} \phi| - d)H_{p+e,j} + (e - |f \cdot \operatorname{ctg} \phi|)H_{p+d,j} & |\phi| \leq \frac{\pi}{2} \\ (|f \cdot \operatorname{ctg} \phi| - d)H_{p-e,j} + (e - |f \cdot \operatorname{ctg} \phi|)H_{p-d,j} & |\phi| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (13)$$

计算点至各交点的水平距为:

$$L_i = \begin{cases} |c|l & \phi = \pm \frac{\pi}{2} \\ |c \cdot \sec \phi|l & \text{其它} \end{cases} \quad (14)$$

$$L_j = \begin{cases} |f|l & \phi = 0, \pi \\ |f \cdot \csc \phi|l & \text{其它} \end{cases} \quad (15)$$

由式(12)–(15)可求出所有交点对计算点所形成的仰角 α_i 、 α_j :

$$\alpha_i = \max \{ \arctan [(H_i - H_{p,q}) / L_i], 0 \} \quad (16)$$

$$\alpha_j = \max \{ \arctan [(H_j - H_{p,q}) / L_j], 0 \} \quad (17)$$

式中 $H_{p,q}$ 表示计算点上的海拔高度值。所有 α_i 、 α_j 及 $h_s(\phi)$ 中的最大值即定义为 ϕ 方位上的地形遮蔽角,即:

$$Z'(\phi) = \max [\dots, \alpha_{i-1}, \alpha_i, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_{j-1}, \alpha_j, \alpha_{j+1}, \dots, h_s(\phi)] \quad (18)$$

式(11)–(18)即构成周围地形遮蔽角的计算模式。

从模式结构看,愈近图的中心,模式的计算精度越高。但据我们所作的试验,最大仰角(即地形遮蔽角)出现的位置距计算点的距离一般在4个格距以内,又因(18)式中包括了 $h_s(\phi)$,因而只有在图边附近的网格点,模式可能产生较大误差。另外,实际应用时,采用比研究区域大的地形高度场为输入参数,也可使研究山区内的计算值精度提高。

(二) 模式试验与遮蔽图

应用该模式计算遮蔽角时,如果方位角 ϕ 按一定的角度步长,循环计算一周,即可绘制计算点的地形遮蔽图。显然,方位角步长越小,计算的遮蔽图越接近实际。因此,我们还设计了任意方位角步长的遮蔽图及一些遮蔽参数的计算程序。

图8给出图4中D点的实测遮蔽图与计算遮蔽图的比较。由图可见,绝大多数方位上计算值与实测值是相当吻合的,而个别方位计算值与实测值的差异主要是该方位上的次网格地形,建筑物以及植被影响所致。

图9则为其余三个测点遮蔽角的散布图,可以看出,计算结果与实测遮蔽角比较一

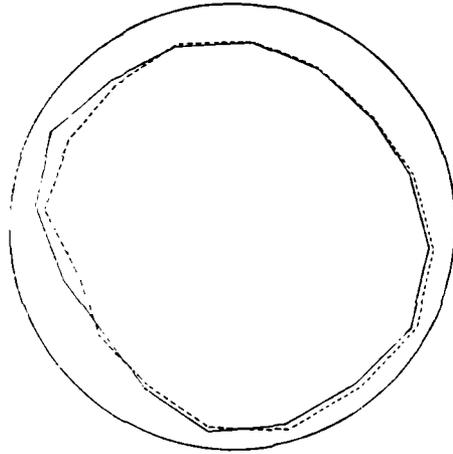


图 8 实测与计算遮蔽图的比较

Fig. 8 Comparison of observed screening map with computed one

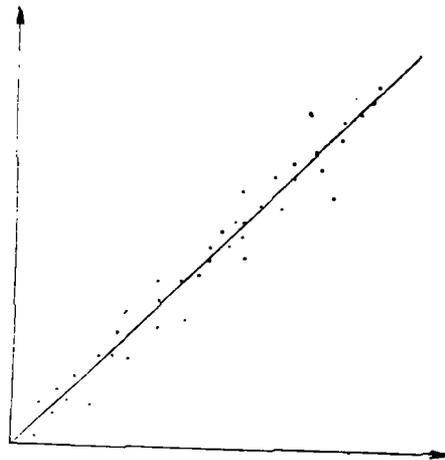


图 9 实测与计算坡度的散点分布图

Fig. 9 Relationship between observed and computed screening angles

致, 散布点均匀地分布在坐标 45° 轴对角线两侧。

四、结 束 语

本工作是应用计算机模拟山地地形参数的一个初步尝试, 它对于计算机判读地形及山地气候研究有一定的实用价值和理论意义。由于本试验是利用十万分之一的地形图实现的, 等高线间距为 50m, 这对精确地计算各网格点的平均坡向、坡度和地形遮蔽角还稍粗了些, 我们相信如用比例尺更大的测量图进行计算(如等高线间距为 10m、5m 或更小), 则精度会更高。因篇幅所限, 文中主要介绍了模式建立的思路及其数学表达式, 但更有价

值、更有实际意义的则是其计算程序。本模式通用性较强,原则上适用于各种大比例尺地形图的计算,当试验地区较大时,可分片进行计算,然后加以拼接。

参 考 文 献

- [1] 傅抱璞,气象科技通讯,第4期,9—17,1982。
- [2] E. H. 罗曼诺娃,基本气候要素的小气候变化,187—190,科学出版社,1981。
- [3] Roger G., Barry, Mountain Weather and Climate, Methuen, London and New York, 66—73, 1981.
- [4] Голубова Т. А., Количественные характеристики радиационного режима склонов—вкн: Микроклимат СССР Л. Гидрометеондат. с 11—37, 1967.
- [5] Кондратьев К. Я., Пивоварова З. И., Федорова М. П., Радиационный режим наклонных поверхностей, Л. Гидрометеондат., с 6—171, 1978.
- [6] Дмирнев А. А., Почвоведение, № 8, 99—109, 1965.
- [7] 翁笃鸣等,小气候与农田小气候, 122 页,农业出版社, 1981。

A COMPUTER MODEL TO DETERMINE TOPOGRAPHIC PARAMETERS

Li Zhanqing

(State Meteorological Administration)

Weng Duming

(Nanjing Institute of Meteorology)

Key words Topographic parameter; Slope; Azimuth; Screening angle

Abstract

We put forward a two-dimensional fictitious sub-network difference scheme first. Based upon it, a computer model is developed to determine topographic parameters including slope, azimuth and screening angle caused by the surrounding terrains at every grid point in mountainous areas, from which the distribution maps of slope and terrain pattern and screening figure can be easily made. The input parameters of the model are altitude data at every grid point derived from the contour map, grid space and number. The grid space may vary according to the contour map scale and uneven degree of the terrains in mountainous areas under study. The test made in the part of Dabie Mountains manifests that the computed values of these parameters are generally consistent with observed ones.